第 3 回横幹連合総合シンポジウム
2010.9.5-9.6　早稲田大学

パーティクルフィルタとロボット制御

○西田　健　（九州工業大学）

Particle Filter and Robot Control

∗Takeshi Nishida (Kyushu Institute of Technology)

Abstract– When particle filter (PF) is embedded into a robot control system, the extraction of characteristic value from the estimated result approximately expressed by sets of particles is necessary to decision-making. In the most applications of PF, either a mean value or a MAP (Maximum A Posteriori) estimate is used as a characteristic value. However, the case where the characteristic value is not extracted appropriately is caused in systems with strong nonlinearlity. Then, we proposed a dynamical extraction method for high-level information of characteristic value from the posterior-probability distribution estimated by PF called PF-mCRL. This method compresses the particle-distribution of PF by adaptive vector qunatization, and extracts the information of the shape etc. of target probability distribution. In this paper, outline and effectiveness of the PF-mCRL is shown by a simulation.

Index terms– Particle filter, robot controll, adaptive vector quantization, characteristic value, PF-mCRL

1　はじめに

ロボットは物理世界に存在する非常に多くの不確実さに対処しなければならない．従来の多くのロボット制御系の設計や運用では，不確実さをどのように排除するかに焦点が当てられてきた．しかし，実世界におけるロバストなロボット系の実現のためには，どのように不確実さに対処するかが最も重要な課題である [1]．この課題への一つのアプローチとして，確率論を用いてロボット系に存在する様々な不確実さに特段の注目を置く “確率ロボティクス” が近年注目を集めている．自律移動によって探索，地図生成，ナビゲーションなどを実行するロボットをこの方法論に基づいて構成することにより，高精度の状態量推定や，きわどい行動を避けるための行動選択が可能になることが数多くの研究によって示されている．

パーティクルフィルタ（PF:Particle Filter）は，推定対象の確率密度の多峰性を陽に表現することができる柔軟な性質と実装の容易さによって，確率ロボティクスに関する数多くの研究において中心的な役割を担っている．ロボット系において PF は以下のような特徴を持つ: アクチュエータ，センサ，アルゴリズムおよび周囲環境に存在する不確実さの統合的な考慮を可能にする，マルチモーダルセンサ系における統合的な情報処理を可能にする，非線形系を扱うことができる，混入するノイズがガウス性を仮定できない場合にも有効に動作する，マルチレートサンプリング制御系に利用可能である，高レベルから低レベルまですべての階層の制御系に統一的に適用可能である．

これら多くの優位性を持つ PF を SLAM や環境探索に適用する研究は多く，具体的な適用事例は様々な文献に見られる [1]．一方で，低レベルのロボット制御系における PF の適用は，現在までにあまり扱われていない．その理由の一つに，制御系を駆動する場合には，確率フィルタの推定結果から決定論的な唯一の値を抽出する必要があるが，その手法があまり認知されていないことによると考えられる．そこで，本講演では低レベルのロボット制御系に PF を組み込んで利用する場合の優位性や決定論的出力の抽出法について解説する．

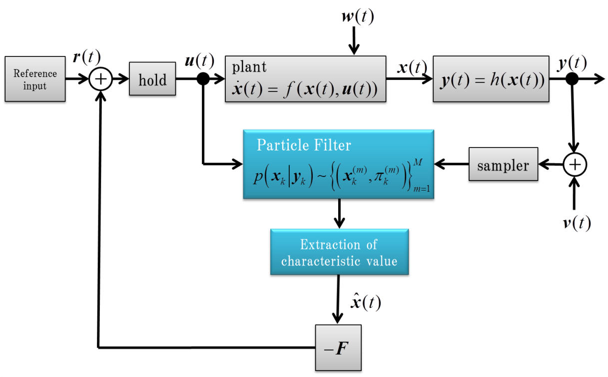


Fig. 1: State variable diagram of the regulator with particle filter.

2　併合系とパーティクルフィルタ

低レベルのロボット制御系において重要な役割を果たす機構に，状態フィードバック系がある．一般的に全状態量の直接的な観測は困難であるため，オブザーバを用いて状態量の推定を行う併合系を構成する．制御系が確率的な外乱やノイズに晒される場合には，現在までに行われている多くの研究では，オブザーバをカルマンフィルタ（KF: Kalman Filter）によって構成し，推定された確率分布の中央値をフィルタ出力値として制御系を駆動する機構が採用されている．KF はガウス性を持つノイズや系の線形性を仮定するが，PF はこれらの仮定が成り立たない系に対しても有効に動作するため，より広いクラスの系に対する状態推定を可能にする．そこで，ここでは KF の代替として，併合系に PF を Fig. 1 のように組み込むことを考える．ただし，PF の推定結果は多数の重みつき粒子で表現されるため，PF をオブザーバとして利用するためには，粒子の集合で近似表現された推定結果から単一の特性値を抽出する必要がある．そのために，一般的には平均値もしくは MAP（Maximum A Posteriori）推定値が用いられる．平均値の算出は容易であるため，多くの場合は簡便法としてこれを特性値として利用する．推定

が非ガウス分布となる対象の場合には，平均値は適切な特性値とならないことが知られており [2)]，その多峰性が顕著な場合には MAP 推定値が用いられる [2, 3, 4)]．MAP 推定は，導出のための計算量が増加するものの，非ガウス分布に対しても精度の高い特性値を与える [2)]．しかし，同様の峰が複数存在するような多峰性の確率分布に対しては，特性値が不適切な峰に値が拘束されたり，突発的変動や峰の間の振動的な振るまいが発生する場合がある．また，対象の確率分布が観測の飽和などによって一様分布を形成する場合には，同程度の尤度を持つ粒子が多数発生するために MAP 推定値が不定となり，安定した特性値を得ることが困難になる．

この問題の解決のために，筆者らによって近年，PF の推定結果をオンラインで適切に量子化するための AVQ（Adaptive Vector Quantization）アルゴリズム，修正 CRL（competitive reinitialization algoritm）が提案され，さらにこの実行結果として獲得されるベクトル集合の情報を利用して事後確率分布の密度や形状情報を抽出する手法が提案された [5)]．

以下では，著者らによって提案された手法に焦点を当て，制御系に組み込んだ PF の推定結果から特性値を抽出する方法を解説する．

3 PF-mCRL アルゴリズム

3.1 パーティクルフィルタ

ここでは，最も簡便な PF あるモンテカルロフィルタ [6)] を扱う．対象はマルコフ性を有する離散時間システムであり，その時間遷移は各離散時刻 $k = 0, 1, 2, \cdots$ において次のシステムモデルで表されるとする．

$$\boldsymbol{x}_k \sim f(\boldsymbol{x}_k | \boldsymbol{x}_{k-1}) \tag{1}$$

また，観測値 $\boldsymbol{y}_k$ は次の観測モデルによって得られるとする．

$$\boldsymbol{y}_k \sim h(\boldsymbol{y}_k | \boldsymbol{x}_k) \tag{2}$$

これらのモデルに従い，状態 $\boldsymbol{x}_k$ を M 個の重み付けされた粒子の集合 $X_k = \left\{ (\boldsymbol{x}_k^{(m)}, \pi_k^{(m)}) \right\}_{m=1}^{M}$ を用いて表現する．ここで，$\boldsymbol{x}_k^{(m)} \in \mathbb{R}^l$ は状態空間における仮説を表す粒子，$\pi_k^{(m)} \in \mathbb{R}$ は粒子の重み，$\boldsymbol{y}_k \in \mathbb{R}^o$ は観測ベクトルである．

さて，PF の事後確率分布からの特性値の抽出方法を以下に示す．まず，最も簡便な手法として粒子の重みつき平均値は次のように導出される．

$$\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{mean}} = \sum_{m=0}^{M} \pi_k^{(m)} \boldsymbol{x}_k^{(m)} \tag{3}$$

さらに MAP 推定値は PF によって求まる事後確率分布 $p_k = p_k \left(\boldsymbol{x}; \left\{ (\boldsymbol{x}_k^{(m)}, \pi_k^{(m)}) \right\}_{m=1}^{M} \right)$ に対して

$$\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} p_k \tag{4}$$

として求める．具体的には，例えば以下のように導出する [2)]．

$$\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}_k^{(i)}} h(\boldsymbol{y} | \boldsymbol{x}_k^{(i)}) \sum_j f(\boldsymbol{x}_k^{(i)} | \boldsymbol{x}_{k-1}^{(j)}) \pi_{k-1}^{(j)} \tag{5}$$

Algorithm 1 mCRL

for $m := 1$ to M **do**
 $c_k^{(m)} = \operatorname*{argmin}_n \left(\pi_k^{(m)} \left\| \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(m)} - \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} \right\| \right)$
 $d_k^{(n)} := \begin{cases} \eta d_{k-1}^{(n)} + \pi_k^{(m)} \left\| \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(m)} - \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} \right\|^2 & \text{if } n = c_k^{(m)} \\ \eta d_{k-1}^{(n)} & \text{otherwise} \end{cases}$
end for
$I_k = - \left\{ \sum_{n=1}^{N} \frac{d_k^{(n)}}{\sum_{o=1}^{N} d_k^{(o)}} \ln \left(\frac{d_k^{(n)}}{\sum_{o=1}^{N} d_k^{(o)}} \right) \right\} \Big/ \ln(N)$
$\bar{d}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} d_k^{(n)}$
for $m = 1$ to M **do**
 if $I_k < I_{\mathrm{th}}$ and $d_k^{(c)} > d_{\mathrm{th}} \bar{d}_k$ **then**
  $s_k = \operatorname*{argmin}_n d_k^{(n)}$
  $\boldsymbol{w}_k^{(n)} := \begin{cases} \boldsymbol{x}_k^{(m)} & \text{if } n = s_k, \\ \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} & \text{otherwise,} \end{cases}$
  $d_k^{(n)} := \bar{d}_{k-1}$ if $n = c_k^{(m)}$ or $n = s_k$
 else
  for $i = 1$ to $\mathrm{round}(M\pi_k^{(m)})$ **do**
   $\boldsymbol{w}_k^{(n)} := \begin{cases} \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} + (1 - I_k) \left(\boldsymbol{x}_k^{(m)} - \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} \right) & \text{if } n = c_k^{(m)} \\ \boldsymbol{w}_{k-1}^{(n)} & \text{otherwise,} \end{cases}$
  end for
 end if
end for

他の具体的な導出手法は文献 [3, 4)] を参照されたい．これらの特性値は，前述したように，特殊な性質を持つ確率分布ではこれらの特性値が不定となる．以下では，PF によって推定された事後分布としての粒子の配置の情報を圧縮し抽象化することにより，より高次の情報を抽出する手法である PF-mCRL 法について解説する．

3.2 ベクトル量子化

VQ（Vector Quantization）の目的は以下のように定式化される：まず，$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_k^{(m)} \in \mathbb{R}^l$ を時刻 k において確率密度関数 $p_k(\boldsymbol{x})$ に従って発生する入力ベクトルとし，$\boldsymbol{w}_k^{(n)} \in \mathbb{R}^l$ $(n = 1, \cdots, N)$ を荷重ベクトルとする．VQ の目的は，以下で与えられる歪 D_k の最小化である．

$$D_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \int_{V_k^{(n)}} \left\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{w}_k^{(n)} \right\|^2 p_k(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}\boldsymbol{x} = \sum_{n=1}^{N} D_k^{(n)}$$

ここで

$$V_k^{(n)} = \left\{ \boldsymbol{x} \,\middle|\, \left\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{w}_k^{(n)} \right\| \leq \left\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{w}_k^{(o)} \right\| \ , o \neq n \right\}$$

はボロノイ領域を表し，$D_k^{(n)}$ は $\boldsymbol{w}_k^{(n)}$ が持つボロノイ領域 $V_k^{(n)}$ の部分歪を表す．D_k を最小化するために，等ひずみ原理 [8)] に基づき，さらに時間変化する確率密度関数に対しても高速に適応可能な VQ アルゴリズムとしてとして CRL[9)] が提案された．さらにこれに修正を施し，PF の粒子に対して AVQ を実行するために構成したものが Algorithm1 に示す修正 CRL アルゴリズムである．

3.3 修正 CRL による PF の粒子の AVQ

このアルゴリズムの利用において初期の各種設定は次のように行う：初期荷重ベクトルは乱数で与える．初

Algorithm 2 PF-mCRL

loop
  for m to M **do**
    $\tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(m)} \sim f(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(m)}, \boldsymbol{y}_k)$
    $\tilde{\pi}_k^{(m)} = \pi_{k-1}^{(m)} h(\boldsymbol{y}_k|\tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(m)})$
  end for
  $\pi_k^{(m)} := \pi_k^{(m)} / \sum_{m=1}^{M} \pi_k^{(m)}$
  execute "mCRL"
  $ESS = 1/\sum_{m=1}^{M} \left(\pi_k^{(m)}\right)^2$
  for $m = 1$ to M **do**
    if $ESS < ESS_{th}$ **then**
      $\boldsymbol{x}_k^{(m)} \sim \begin{cases} \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(1)} & \text{with prob. } \tilde{\pi}_k^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(M)} & \text{with prob. } \tilde{\pi}_k^{(M)} \end{cases}$
      $\pi_k^{(m)} := 1/M$
    else
      $\boldsymbol{x}_k^{(m)} := \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{(m)}$
      $\pi_k^{(m)} := \tilde{\pi}_k^{(m)}$
    end if
  end for
  $k := k + 1$
end loop

期部分歪は $d_k^{(n)} = 0.001 \ll 1$, 初期時刻は $k = 1$, 忘却係数は $\tau = 300$, 歪のしきい値は $d_{\mathrm{th}} = 1.4$, 歪エントロピーのしきい値は $I_{\mathrm{th}} = 0.985$ で設定する．また $\eta = \exp(1/N\tau)$ は忘却率である．これらのパラメータと AVQ 性能の関係性の詳細は文献[9] を参照されたい．

次に，文献[5] で提案された手法を Algorithm 2 に示す．以下ではこの手法を PF-mCRL と呼ぶ．この手法では，サンプリングと尤度計算を行った後の粒子群に対して修正 CRL が実行され，さらにその後，リサンプリングが実行される．これは，リサンプリングによって減少する粒子の多様性を荷重ベクトルの配置に反映するための処理手順の工夫である．

さらに PF-mCRL には次のような特徴がある．一般的な応用において，PF は数千から数万という数の粒子を利用するが，修正 CRL の荷重ベクトル数は AVQ 後に要求される近似精度や記憶容量に応じて任意に設定可能であるため，本手法では $N \ll M$ と設定することができる．すなわち，AVQ によって PF の多数の粒子を任意の数のベクトルに写像し，それらの持つ情報を圧縮して抽象化することができる．適切な AVQ では粒子が密集している領域がより詳細に抽象化されるため，この情報圧縮の副次的作用として，外れ値を表現する粒子の除去が期待できる．粒子の重みを考慮する修正 CRL の各処理によって，リサンプリングによる粒子の大幅な再配置が荷重ベクトルの適応操作に及ぼす影響が低減化され，複雑な軌跡を描く粒子の更新よりも荷重ベクトルの更新は安定的に行われる．荷重ベクトル $\boldsymbol{w}_k^{(n)}$ を中心とするボロノイ領域 $V_k^{(m)}$ の体積 $v_k^{(m)}$ とそこに含まれる粒子の個数 K から，局所的な粒子の分布密度を $K/(Nv_k^{(m)})$ と求めることができる．また，荷重ベクトルの配置から確率分布の概形を知ることができる．本手法の計算量は粒子数 M と荷重ベクトル数 N に依存し，計算量は $\mathcal{O}(N(M+1))$ であるため，オンライン計算に適している．粒子数 M の増加に伴って，より高い精度での確率密度推定が可能となり，荷重ベクトル数 N の増加によって，より詳細な粒子分布の情報を得ることが可能になる．

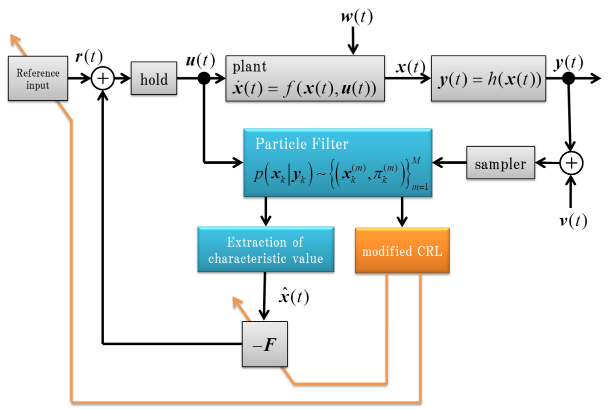


Fig. 2: State variable diagram of the regulator with PF-mCRL.

本手法は，単なる特徴量の計算はもとより，確率分布で表された情報を扱いやすい形式に抽象化するため，分布の全体的な形状を考慮した上で必要な特性値を求めることを可能にする．したがって，本手法の適用によって対象の確率分布が非ガウス性を有することが見出された場合に，抽出する特性値を平均値から MAP 推定値に変更するような操作や，分布形状を基準にした特性値の信頼度の定量化が可能となる．

状態フィードバック系への PF-mCRL を組込みの構成例を Fig. 2 に示す．この系は，修正 CRL によって抽出された事後確率分布の高次情報を用いて，状態フィードバックゲインや参照入力の調整を行う機構を持つ．このような構成によって，PF の推定結果から抽出された特性値が制御仕様に対して好ましくないと判定される場合に，フィードバックゲインを減少させる，もしくは目標入力を変更するなどの適応操作が可能となる．ここで，特性値の抽出には，PF の性能を十分に引き出すために MAP 推定器を利用するのが望ましい．

4 シミュレーション

以下では，PF-mCRL が多峰性確率分布に対して適切に動作することを，数値シミュレーションにより示す．まず次式に従う二つの時変信号を与える．

$$\boldsymbol{x}_{i,k}^{\mathrm{target}} = \boldsymbol{A}_i \begin{pmatrix} \sin(k\pi/180) \\ \sin(k\pi/180) \end{pmatrix} + \boldsymbol{v}_k^{\mathrm{target}} \qquad (6)$$

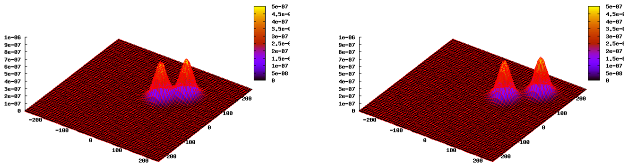
ただし，$i = 1, 2$, $\boldsymbol{x}_{i,k}^{\mathrm{target}} \in \mathbb{R}^2$, $\boldsymbol{A}_i \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ であり $\boldsymbol{A}_1 \triangleq \mathrm{diag}(0.3\ 0.3)$, $\boldsymbol{A}_2 \triangleq \mathrm{diag}(0.14\ 0.14)$ とする．また，$\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{target}} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{target}})$ であり，$\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{target}} \triangleq \mathrm{diag}(0.01^2\ 0.01^2)$ である．これら二つの信号は独立して推移し，観測者はいずれが真の信号であるかを知り得ないと仮定する．

さて，PF の粒子数を $M = 2000$ とし，システムモデル $f(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})$ を次のように設定した．

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{d}_k + \boldsymbol{v}_k^{\mathrm{sys}} \qquad (7)$$

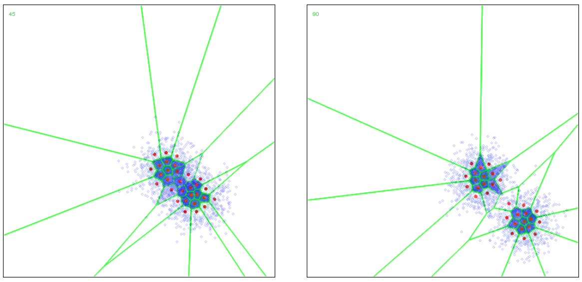
ここで

$$\boldsymbol{d}_k = \begin{pmatrix} \sin\frac{k\pi}{180} - \sin\frac{(k-1)\pi}{180} \\ \sin\frac{k\pi}{180} - \sin\frac{(k-1)\pi}{180} \end{pmatrix} \qquad (8)$$



(a) $k = 45$　　(b) $k = 90$

Fig. 3: Time evolution of target signal.



(a) $k = 45$　　(b) $k = 90$

Fig. 4: Voronoi diagrams as results of AVQ of particles. Points and lines represent the weight vectors and Voronoi bounds, respectively.

である．すなわち，式 (6) における $i = 1$ の信号のダイナミクスが事前知識として利用可能であると仮定した．また，システムノイズは $\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{sys}} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{sys}})$ であり，観測信号に混入するノイズの分散よりも大きく見積り，$\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{sys}} \triangleq \mathrm{diag}(0.04^2\ 0.04^2)$ とした．さらに，提案分布を

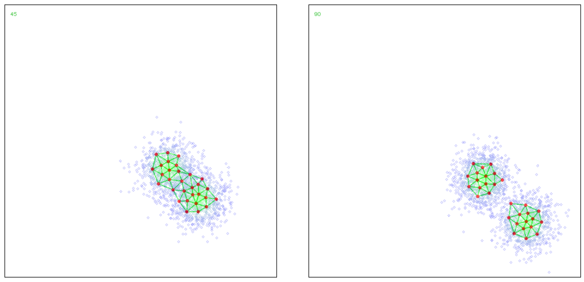
$$q(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{y}_k) \triangleq f(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})$$

とした．ESS_{th} は毎時刻リサンプリングが実行されるように十分に小さい値に設定した．さらに観測モデル $h(y_k|\boldsymbol{x}_k)$ を次のように設定した．

$$y_k \sim \exp\left(-\min_i \|\boldsymbol{x}_{i,k}^{\mathrm{target}} - \boldsymbol{x}_k\|^2/2\sigma_o^2\right) \tag{9}$$

σ_o の値は，大きくすると粒子が拡散する傾向が強くなり，小さくすると粒子配置が外乱に対して敏感になり振動的になる傾向が強くなる．ここでは，試行錯誤によって $\sigma_o = 0.04$ と設定した．また，初期時刻における粒子は一様乱数に従って配置することとした．

本シミュレーションでは状態ベクトルが二次元であるので，荷重ベクトル配置からボロノイ図とドロネー図の高速な描画が可能であり，ここでは視覚的な理解を助ける目的で，修正 CRL による AVQ を施した結果のボロノイ図を図 4 に，ドロネー図を図 5 に示す．ただし，荷重ベクトルの初期配置は一様乱数に従って行い，荷重ベクトル数を $N = 30$ とした．これらの図に薄く表示されている点は PF の粒子を表している．まず，これらの結果より，多峰性を有する確率分布が PF によって適切に追跡および推定されていることがわかる．次に，修正 CRL によって粒子配置を反映した荷重ベクトルの配置が適切に得られたことがわかる．図 4 のボロノイ図では，一定の面積以下のボロノイ領域について，より狭い領域をより濃い青色で着色している．



(a) $k = 45$　　(b) $k = 90$

Fig. 5: Delaunay diagrams drawn from the Voronoi diagrams. Points and lines represent the weight vectors and Delaunay lines, respectively.

ボロノイ領域の面積の逆数が局所的な粒子の分布密度に比例するので，これらの図の各ボロノイ領域の色の濃さによって，粒子の分布密度を定量的に知ることができる．また図 5 のドロネー図において，一定の長さ以下のドロネー線のみを表示してあり，これによって対象の確率分布の概形を容易に知ることができる．

以上のように，PF-mCRL の適用によって抽出される高次情報によって，対象の確率分布の様々な性質をオンラインで明らかにすることができる．

5　おわりに

本稿では，PF と修正 CRL を組合せた PF-mCRL よって対象とする確率分布の分布形状や分布密度に関する高次の情報を抽出する手法について解説した．また，本手法を状態フィードバック系に組み込むことにより，PF の性能を活かした新たなロボット制御系の構築が可能であることを示した．

参考文献

1) S. Thrun, W. Burgard, and D. Fox, 上田隆一（訳）, 確率ロボティクス, 2007.

2) H. Driessen and Y. Boers,” MAP estimation in particle filter tracking”, 2008 IET Seminar on Target Tracking and Data Fusion: Algorithms and Applications, pp. 42–45, 2008.

3) S. Godsill, A. Doucet, and M. West,” Maximum a posteriori sequence estimation using Monte Carlo Particle filters”, The Institute of Statistical Mathematics, vol. 53, no. 1, pp. 82–96, 2001.

4) S. Saha, P. K. Mandal and A. Bagchi,” A new approach to particle based smoothed marginal MAP”, Proc. of EUSIPCO, pp. 25–29, 2008.

5) T. Nishida, W. Kogushi, N. Takagi, and S. Kurogi, ”Dynamic State Estimation Using Particle Filter and Adaptive Vector Quantizer,” Proc. of CIRA 2009, pp. 429-434, 2009.

6) G. Kitagawa,”Monte Carlo Filter and Smoother for Nong-Gaussian Nonlinear State Space Models, Journal of Computational and Graphical Statistics,” vol. 5, pp. 1–25, 1998.

7) 生駒哲一,” 逐次モンテカルロ法とパーティクルフィルタ,” 21 世紀の統計科学 III, 第 11 章, 国友直人等（監修）, 東京大学出版会, 2008.

8) A. Gersho,”asymptotically optimal block quantization,” IEEE Trans. on Information Theory, vol. 28, no. 2, pp. 157–166, 1979.

9) 西田健, 黒木秀一, 佐伯知則,” 再初期化法を用いた適応ベクトル量子化”, 信学論 (D-II), vol. 84-D-II, no. 7, pp. 15030–1511, 2001.