対応不明のポイントクラウド照合
Non-Corresponding Point Cloud Matching

九州工業大学
Kyushu Institute of Technology

西田健，黒木秀一
Takeshi NISHIDA, Shuichi KUROGI

1. はじめに

環境の3次元リアルタイム計測と操作

3次元計測デバイスによる
リッチな計測データ

レーザ距離計
RGB-Dカメラ

計測された膨大な3次元点群（ポイントクラウド）の理解

ポイントクラウド　マッチング　データベース

姿勢パラメータの推定

平行移動
回転変換
サイズ

ICPアルゴリズム

高速化・高精度化の要求

2. 定式化

N個の3次元点の集合

$$A = \{\boldsymbol{a}_i \in \mathbb{R}^3\}_{i=1}^{N}$$

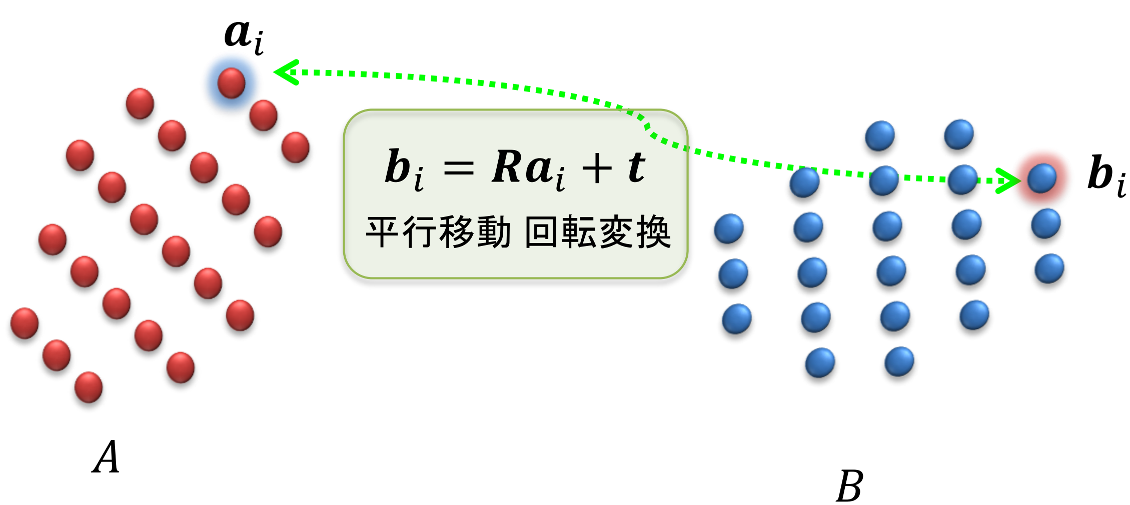
$$\boldsymbol{b}_i = \boldsymbol{R}\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{t}$$

$\boldsymbol{a}_i$と$\boldsymbol{b}_i$は対応している

$$B = \{\boldsymbol{b}_i \in \mathbb{R}^3\}_{i=1}^{N}$$

$\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$　回転変換行列

$\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}^3$　平行移動ベクトル



2. 定式化

$(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{t})$の推定問題

$$\underset{(\boldsymbol{R},\boldsymbol{t})\in SE(3)}{\operatorname{argmin}} \; \|\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{R}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{t}\mathbf{1}^T)\|_F$$

$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_N] \in \mathbb{R}^{3\times N}$　　$\mathbf{1} = [1,1,\cdots,1]^T \in \mathbb{R}^N$

$\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{b}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{b}_N] \in \mathbb{R}^{3\times N}$　　$\|\cdot\|_F$ フロベニウスノルム

$\boldsymbol{t}$は$\boldsymbol{R}$で表せる

$$\boldsymbol{t} = \bar{\boldsymbol{b}} - \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{a}}$$

$\bar{\boldsymbol{a}} = (1/N)\boldsymbol{A}\mathbf{1}$　$\boldsymbol{A}$の平均ベクトル

$\bar{\boldsymbol{b}} = (1/N)\boldsymbol{B}\mathbf{1}$　$\boldsymbol{B}$の平均ベクトル

２. 定式化

$(\boldsymbol{R},\boldsymbol{t})$の推定問題

$$\underset{(\boldsymbol{R},\boldsymbol{t})\in SE(3)}{\operatorname{argmin}} \ \|\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{R}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{t}\mathbf{1}^T)\|_F$$

$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_N] \in \mathbb{R}^{3\times N}$ $\qquad$ $\mathbf{1} = [1,1,\cdots,1]^T \in \mathbb{R}^N$

$\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{b}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{b}_N] \in \mathbb{R}^{3\times N}$ $\qquad$ $\|\cdot\|_F$ フロベニウスノルム

$$\underset{3\times N}{\left[\boxed{\boldsymbol{b}_1}\quad \boldsymbol{B}\quad \boxed{\boldsymbol{b}_N}\right]} - \Bigg(\underset{3\times 3}{\boxed{\boldsymbol{R}}}\ \underset{3\times N}{\left[\boxed{\boldsymbol{a}_1}\quad \boldsymbol{A}\quad \boxed{\boldsymbol{a}_N}\right]} + \underset{3\times 1}{\boxed{\boldsymbol{t}}}\ \underset{1\times N}{\boxed{\quad\mathbf{1}\quad}} \Bigg)$$

2. 定式化

対応関係既知のポイントクラウドの回転行列を求める問題

$$\underset{\boldsymbol{R}\in SO(3)}{\operatorname{argmin}} \|\boldsymbol{B}' - \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}'\|_F$$

$\boldsymbol{A}' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：テンプレートパターン行列

$\boldsymbol{B}' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：計測行列

$\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ ：回転変換行列

$\boldsymbol{P} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ ：置換行列

$\boldsymbol{A}' = [\boldsymbol{a}'_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}'_N] = \boldsymbol{A}\{\boldsymbol{I}_N - (1/N)\boldsymbol{1}\boldsymbol{1}^T\}$: $\boldsymbol{A}$の平均値を移動したパターン

$\boldsymbol{B}' = [\boldsymbol{b}'_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{b}'_N] = \boldsymbol{B}\{\boldsymbol{I}_N - (1/N)\boldsymbol{1}\boldsymbol{1}^T\}$: $\boldsymbol{B}$の平均値を移動したパターン

SVDを利用する解法

$$\boldsymbol{B}'\boldsymbol{A}'^T \overset{\text{SVD}}{=} \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T \Rightarrow \boldsymbol{S} = \operatorname{diag}[1 \quad 1 \quad |\boldsymbol{V}\boldsymbol{U}^T|] \Rightarrow \boldsymbol{R} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{S}\boldsymbol{U}^T$$

3. 定式化

対応関係未知のポイントクラウドの回転行列を求める問題

$$\underset{\boldsymbol{R},\boldsymbol{P}}{\mathrm{argmin}}\|\boldsymbol{B}' - \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}'\boldsymbol{P}\|_F$$

$\boldsymbol{A}' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：テンプレートパターン行列
$\boldsymbol{B}' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：計測行列
$\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ ：回転変換行列
$\boldsymbol{P} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ ：置換行列

ICPアルゴリズム

1. 対応関係を仮定する（最近隣点の探索）
2. 姿勢パラメータを求める
   $\boldsymbol{B}'\boldsymbol{A}'^{T} \overset{\mathrm{SVD}}{=} \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{T}$ ⇨ $\boldsymbol{S} = \mathrm{diag}[1 \quad 1 \quad |\boldsymbol{V}\boldsymbol{U}^{T}|]$ ⇨ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{S}\boldsymbol{U}^{T}$
3. 求めた回転行列で $\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}' \overset{\mathrm{new}}{\to} \boldsymbol{A}'$と座標変換し，1を行う．
4. $\boldsymbol{B}'$と$\boldsymbol{A}'$の誤差が閾値以下なら終了．そうでないなら，2に戻る．

繰り返し演算で
収束させる

3. 定式化

対応関係未知のポイントクラウドの回転行列を求める問題

$$\underset{R \in SO(3)}{\operatorname{argmin}} \|B' - RA'P\|_F$$

$A' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：テンプレートパターン行列
$B' \in \mathbb{R}^{3\times N}$ ：計測行列
$R \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ ：回転変換行列
$P \in \mathbb{R}^{N\times N}$ ：置換行列

提案手法[1,2]

1. それぞれの行列を特異値分解する.
$$A' \overset{\mathrm{SVD}}{=} U_{A'} \Sigma_{A'} V_{A'}^T, \qquad B' \overset{\mathrm{SVD}}{=} U_{B'} \Sigma_{B'} V_{B'}^T$$

2. 特異値分解結果から，姿勢パラメータと対応関係が同時に算出できる.
$$R = U_{B'} U_{A'}^T, \qquad P = V_{A'} V_{B'}^T$$

繰り返し演算なし

[1] T. Nishida, S. Yamada, A. Eguchi, Y. Fuchikawa and S. Kurogi "**Range Data Matching for Object Recognition Using Singular Value Decomposition**," Proc. of the International Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, vol. 5, pp.29-34, 2004.

[2] 西田健, 黒木秀一, ``**対応関係が不明な3次元点集合間の回転行列の推定**,'' 日本ロボット学会誌, Vol. 31, No. 6, pp. 624-627. 2013.

3. 定式化

提案手法[1,2]

1. それぞれの行列を特異値分解する.

$$\boldsymbol{A}' \overset{\mathrm{SVD}}{=} \boldsymbol{U}_{A'}\boldsymbol{\Sigma}_{A'}\boldsymbol{V}_{A'}^{T} \qquad \boldsymbol{B}' \overset{\mathrm{SVD}}{=} \boldsymbol{U}_{B'}\boldsymbol{\Sigma}_{B'}\boldsymbol{V}_{B'}^{T}$$

2. 特異値分解結果から，姿勢パラメータと対応関係が同時に算出できる.

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}_{B'}\boldsymbol{U}_{A'}^{T} \qquad \boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}_{A'}\boldsymbol{V}_{B'}^{T}$$

繰り返し演算なし

$$\underset{3\times N}{\boxed{\boldsymbol{A}'}} \overset{\mathrm{SVD}}{=} \underset{3\times 3}{\boxed{\boldsymbol{U}_{A'}}}\ \underset{3\times 3}{\boxed{\boldsymbol{\Sigma}_{A'}}}\ \underset{3\times N}{\boxed{\boldsymbol{V}_{A'}^{T}}}$$

$$\underset{3\times N}{\boxed{\boldsymbol{B}'}} \overset{\mathrm{SVD}}{=} \underset{3\times 3}{\boxed{\boldsymbol{U}_{B'}}}\ \underset{3\times 3}{\boxed{\boldsymbol{\Sigma}_{B'}}}\ \underset{3\times N}{\boxed{\boldsymbol{V}_{B'}^{T}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{R}} = \boxed{\boldsymbol{U}_{B'}}\ \boxed{\boldsymbol{U}_{A'}^{T}} \qquad \boxed{\boldsymbol{P}} = \boxed{\boldsymbol{V}_{A'}}\ \boxed{\boldsymbol{V}_{B'}^{T}}$$

４. 特徴と注意点

ICPアルゴリズムの問題

1. 初期値依存性がある.
2. 繰り返し演算を必用とするため，条件によっては計算量が膨大になる.

提案手法の制約と問題

1. $\boldsymbol{A}'$と$\boldsymbol{B}'$が同一の領域サイズを表現する必要がある.

   ⇒ RGB-DカメラやLRFで得られるPCには
   サイズ情報が含まれるので回避できる.

2. SVDの計算精度に依存して$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}_{A'}\boldsymbol{V}_{B'}^{T}$の精度は非常に低い.

   ⇒ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}_{B'}\boldsymbol{U}_{A'}^{T}$は高精度に求まるので
   計算手順の工夫で回避できる.

3. $\boldsymbol{A}'$と$\boldsymbol{B}'$を構成する点群は一様に分布している必要がある.

   ⇒ 計測に関する問題

4. 特徴と注意点

ICPアルゴリズムと提案手法の統合

0 データベースとして$\boldsymbol{B}_i$ $(i = 1,2,\cdots)$を用意.

$\boldsymbol{B}_i \overset{\text{SVD}}{=} \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i}^T$も計算して用意しておく.

1 計測PCを特異値分解する. $\boldsymbol{A}' \overset{\text{SVD}}{=} \boldsymbol{U}_{A'}\boldsymbol{\Sigma}_{A'}\boldsymbol{V}_{A'}^T$

2 同一の領域サイズ持つパターンをデータベースから準備.
$\boldsymbol{B}_j$ $(j = 1,2,\cdots)$とする.

3 姿勢パラメータを算出. $\boldsymbol{R}_j = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_j}\boldsymbol{U}_{A'}^T$

4 求めた回転行列で $\boldsymbol{R}_j\boldsymbol{A}' \overset{\text{new}}{\to} \boldsymbol{A}'$と座標変換する.

5 誤差が最小になるパターンjを決定.

5. おわりに

① 繰り返し計算無しで
回転変換と対応行列を求める手法を紹介した

② 提案手法の証明を予稿に詳細に示した.

③ ICPアルゴリズムと提案手法を統合することで
3次元パターンマッチングの計算コストを（劇的に？）
低減化できる可能性を示唆した.

④ アルゴリズムの実装と実験をこれから行う.