第８回　応答の周波数特性（２）

8.1　ボード線図

ボード線図とは

ゲイン $|G(j\omega)|$ と位相 φ に分けて角周波数 ω の関数として表した図.

ゲイン線図

横軸に角周波数 ω を，縦軸にゲイン $20\log_{10}|G(j\omega)|$をとった線図。

位相線図

横軸に角周波数 ω を，縦軸に位相 $\angle G(j\omega)$ をとった線図。

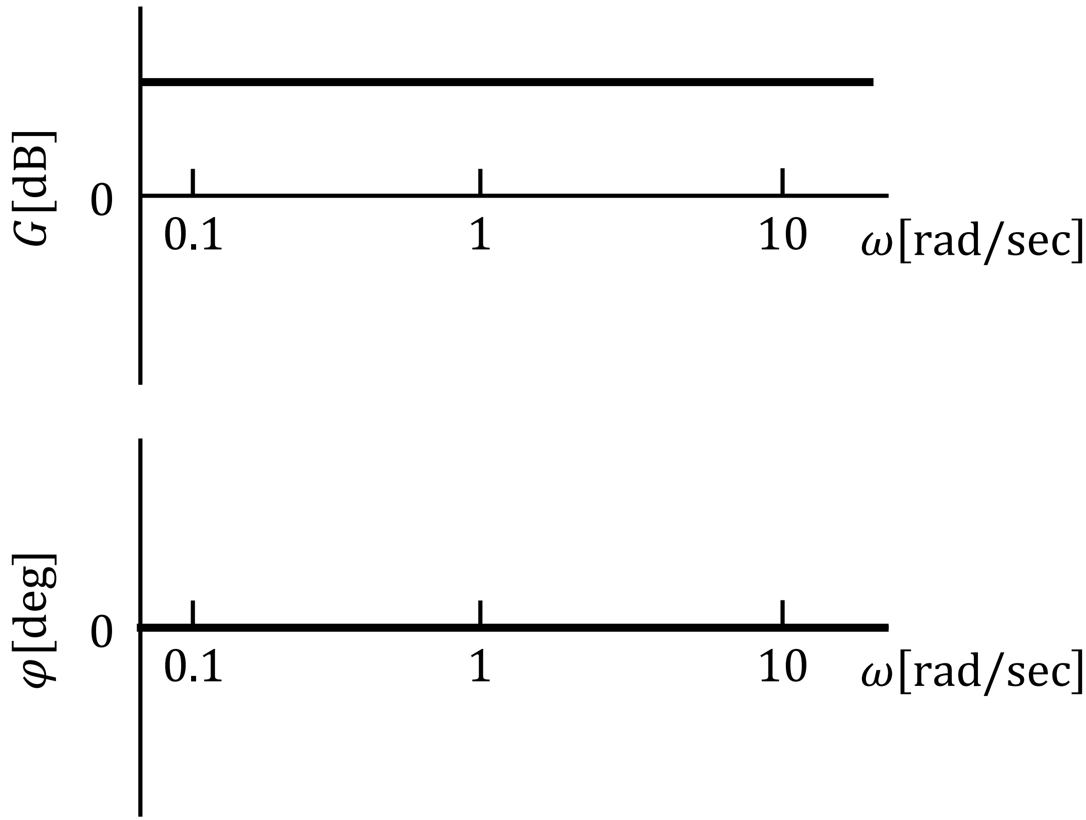
8.1　ボード線図

(a) 比例要素　$G(s) = K$

$s = j\omega$

$G(j\omega) = K$

$\varphi[\mathrm{deg}] = \angle G(j\omega) = 0[\mathrm{deg}]$



8.1　ボード線図

(b) 積分要素　$G(s) = \dfrac{K}{s}$

$s = j\omega$

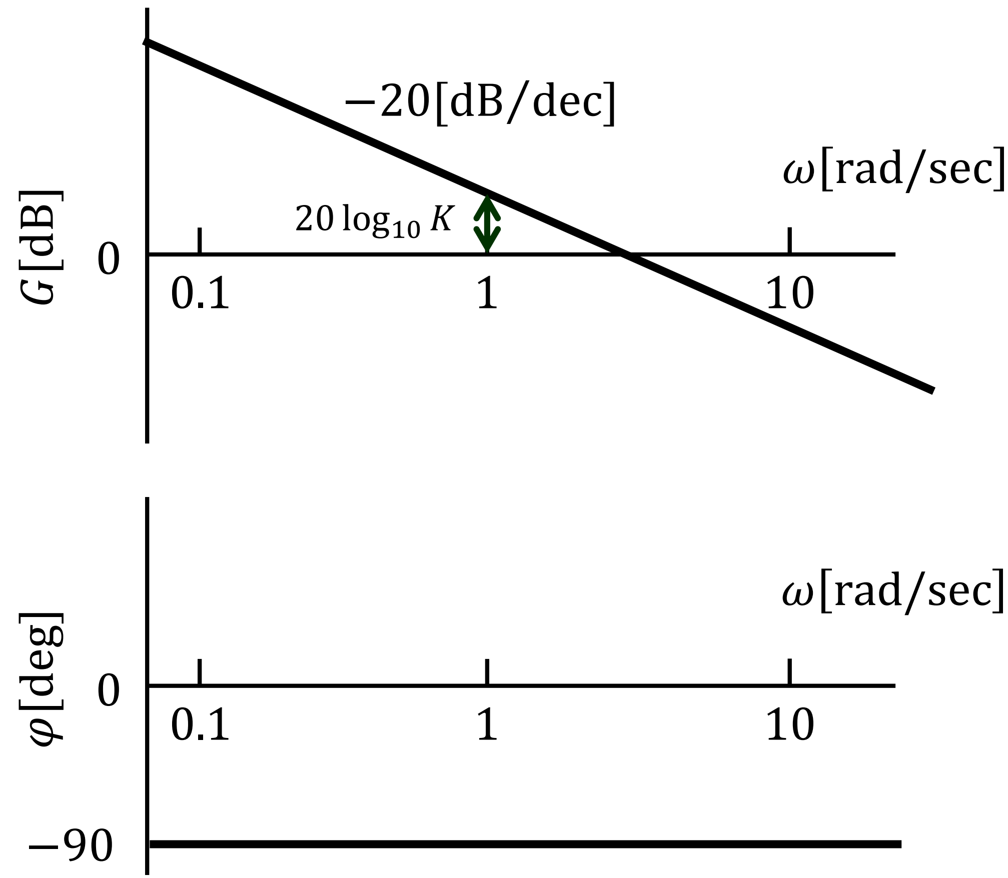
$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{\omega} e^{-j\pi/2}$$

$$G[\mathrm{dB}] = 20\log_{10}|G(j\omega)|$$

$$= 20\log_{10}\frac{K}{\omega}$$

$$= 20\log_{10}K - 20\log_{10}\omega$$

$$\varphi[\mathrm{deg}] = \angle G(j\omega) = -90[\mathrm{deg}]$$



8.1　ボード線図

(c) 一次遅れ要素　$G(s) = \dfrac{1}{1+Ts}$

$s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T}$$

$\omega T = u$

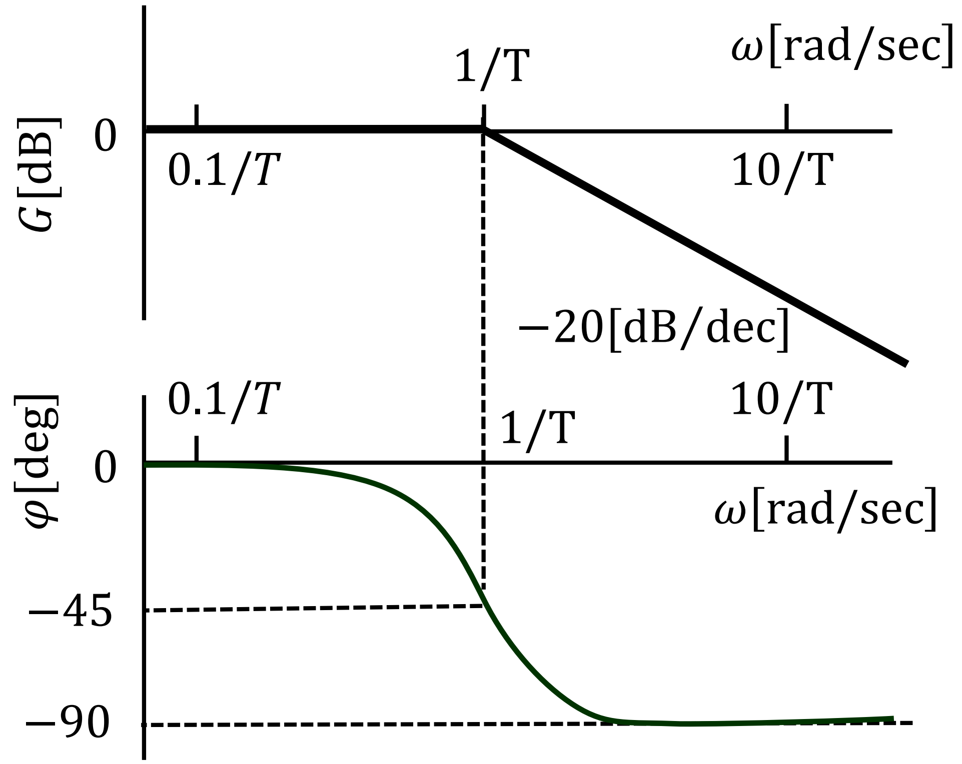
$$G[\mathrm{dB}] = 20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$$

$$= -20\log_{10}\sqrt{1+u^2}$$

$$= -10\log_{10}(1+u^2)$$

$$\varphi = -\tan^{-1}u$$

	$u \ll 1$	$u = 1$	$u \gg 1$
G[dB]	0[dB]	−3.01[dB]	−20[dB/dec]
φ	0[deg]	−45[deg]	−90[deg]



8.1　ボード線図

(d) 二次遅れ要素　$G(s) = \dfrac{K}{1 + 2\zeta Ts + (Ts)^2}$

$$\Downarrow s = j\omega$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 - (\omega T)^2 + j2\zeta T\omega}$$

$$\Downarrow \omega T = u$$

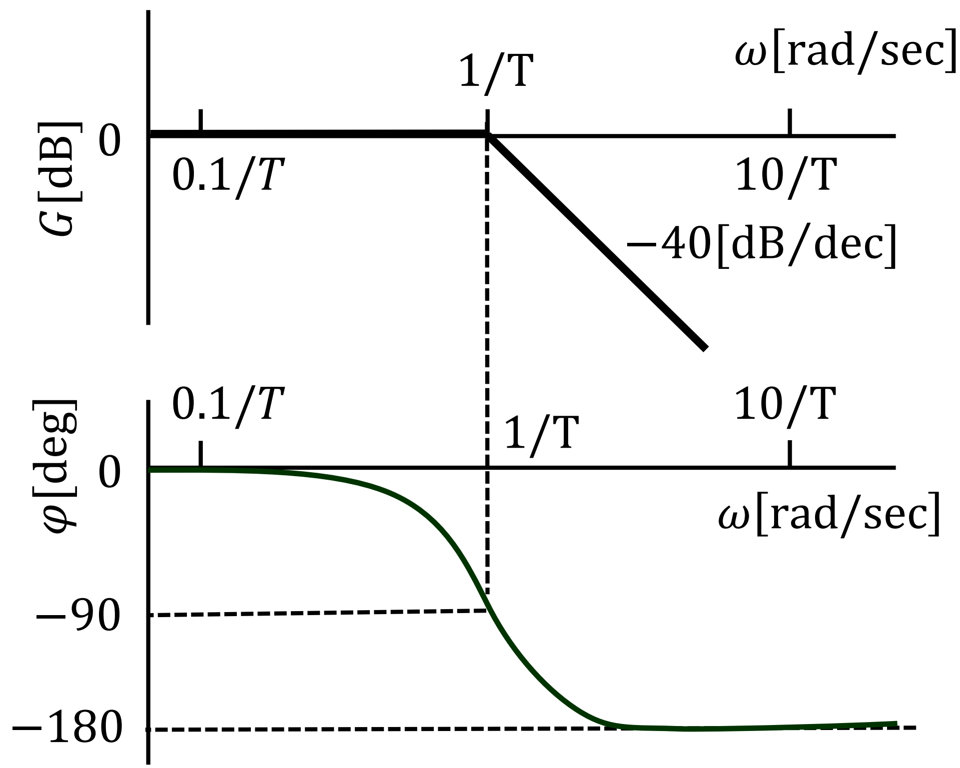
$$G[\mathrm{dB}] = -20\log\sqrt{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2}$$

$$= -10\log\{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2\}$$

$$\varphi = -\tan^{-1}\frac{2\zeta u}{1-u^2}$$

共振周波数の存在に注意！

	$u \ll 1$	$u = 1$	$u \gg 1$
G[dB]	0[dB]	$-20\log(2\zeta)$[dB]	-40[dB/dec]
φ	0[deg]	-90[deg]	-180[deg]



第８回　応答の周波数特性（２）

8.1　ボード線図

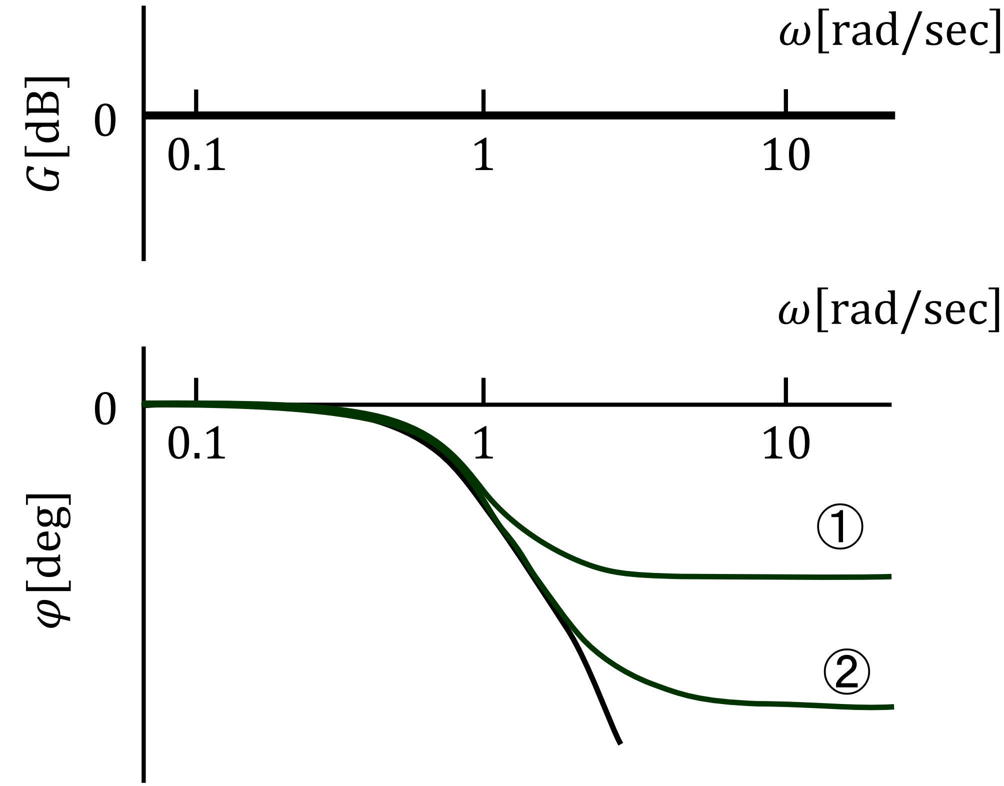
(e) むだ時間要素　$G(s) = e^{-sL}$

$$\Big\downarrow\ s = j\omega$$

$$G(j\omega) = e^{-j\omega L}$$

$$G[\mathrm{dB}] = 0$$

$$\varphi = -\omega L[\mathrm{rad}] = -\frac{180}{\pi}\omega L[\mathrm{deg}]$$



パデー近似

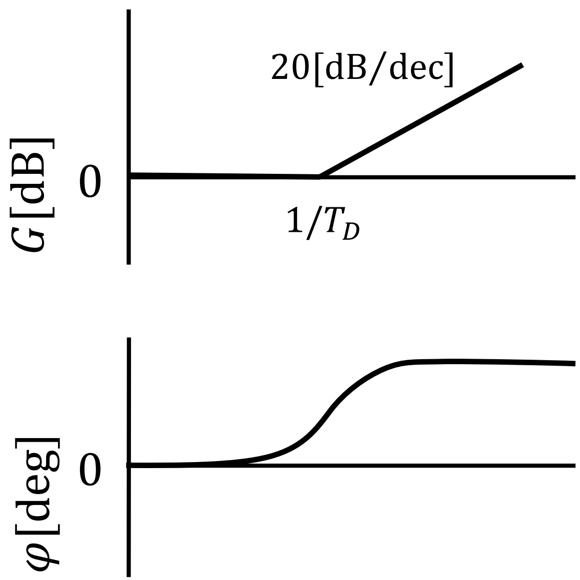
① $e^{-Ls} \simeq \dfrac{1 - Ls/2}{1 + Ls/2}$

② $e^{-Ls} \simeq \dfrac{1 - Ls/2 + (Ls)^2/12}{1 + Ls/2 + (Ls)^2/12}$

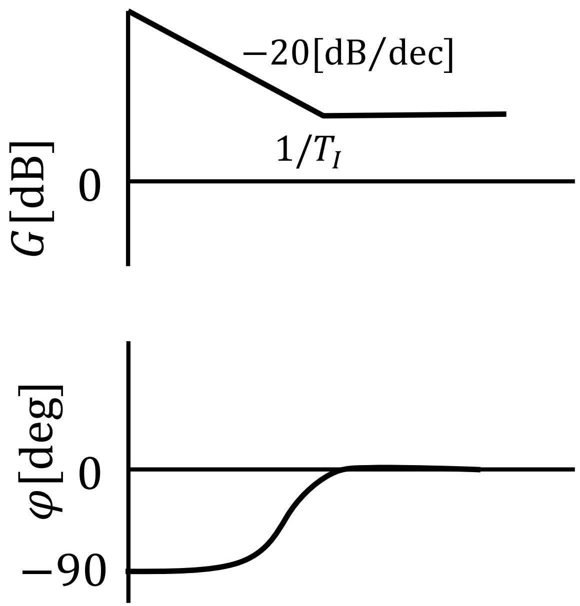
8.1　ボード線図

その他のボード線図

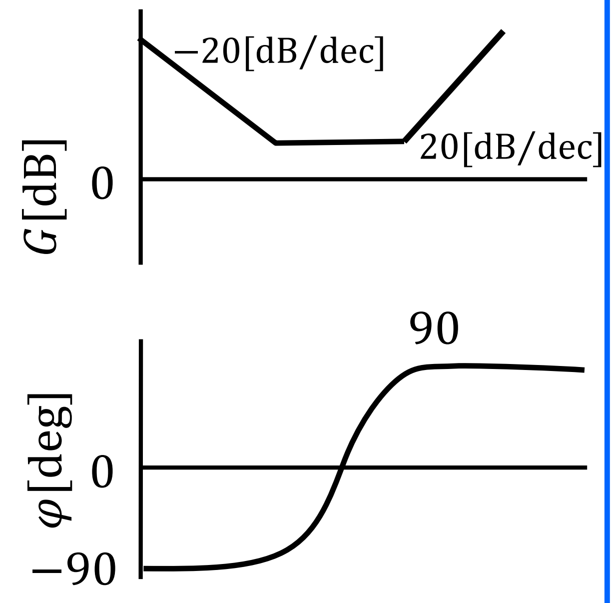
$$G(s) = K_P(1 + T_D s)$$



$$G(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$



$$G(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$



8.1　ボード線図

直列結合系のボード線図

要素 $G_1(s)$ と $G_2(s)$ の直列結合系では

$$G(j\omega) = G_1(j\omega)G_2(j\omega)$$

4-1A

この結合系のゲインと位相は

$$G[\mathrm{dB}] = G_1[\mathrm{dB}] + G_2\,[\mathrm{dB}]$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

つまり、ゲイン線図と位相線図は
重ね合わせで容易に描くことができる。

8.1　ボード線図

$$G(s) = \frac{\alpha(1+Ts)}{1+\alpha Ts} \qquad 0 < \alpha < 1$$

$$G(s) \Rightarrow \quad G_1(s) = \frac{1}{1+\alpha Ts}, \quad G_2(s) = \alpha(1+Ts)$$

$$G[\mathrm{dB}] = G_1[\mathrm{dB}] + G_2[\mathrm{dB}]$$

$$= -20\log\sqrt{1+(\alpha u)^2} + 20\log\alpha + 20\log\sqrt{1+u^2}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = -\tan^{-1}(\alpha u) + \tan^{-1}u \,;\, u = \omega T$$